Vorlesungsklausur

3.7.2012

Schreiben Sie Namen und Matrikelnummer auf alle Blätter, die abgegeben werden.

Aufgabe 1 [2 Punkte] Unter der Annahme, dass $P \neq NP$ gilt sind welche der folgenden Probleme NP-vollständig?

- ☐ Gegeben ein zusammenhängender, ungerichteter Graph, stelle fest, ob dieser Graph Eulersch ist.
- ☐ Gegeben ein zusammenhängender, ungerichteter Graph, stelle fest, ob dieser Graph Hamiltonsch ist.
- ☐ Gegeben ein zusammenhängender, ungerichteter, gewichteter Graph, finde einen Rundweg, der jeden Knoten genau einmal erreicht und der am wenigsten kostet (d.h., die Summe der Gewichte des Rundwegs ist minimal).
- ☐ Gegeben eine kontextfreie Grammatik G und ein Wort w, stelle fest, ob w in der von G erzeugten Sprache liegt.

Kreuzen Sie alle richtigen Antworten an!

Aufgabe 2 [2 Punkte] An einem Fußballturnier nehmen sieben Mannschaften teil. Ist es möglich, dass jedes Team gegen genau drei andere Teams spielt? Begründen Sie Ihre Antwort.

- ☐ Ja, weil
- ☐ Nein, weil

Aufgabe 3 [2 Punkte] Die Produktion $S \to abS$, wobei a, b Terminalzeichen sind und S ein Nichtterminalzeichen ist

- ☐ rechtslinear
- ☐ linkslinear
- ☐ kontextfrei
- ☐ kontextsensitiv

Kreuzen Sie alle richtigen Antworten an!

Aufgabe 4 [6 Punkte] Sei $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ und $R \subseteq X^2 \times X^2$ gegeben durch

$$(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a + b \leq c + d.$$

Ist diese Relation

(a) reflexiv?

(b) symmetrisch?

(c) antisymmetrisch?

(d) transitiv?

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

Aufgabe 5 [6 Punkte] Gegeben sei der *ungerichtete* Graph mit Knotenmenge $V = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ und Kantenmenge

$$E = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{c, f\}, \{d, e\}, \{d, f\}, \{e, f\}, \{e, g\}, \{f, g\}\}.$$

(a) Skizzieren Sie den Graphen.

(b) Wie ist die Eigenschaft "Eulersch" eines Graphen definiert?

(c) Ist der gegebene Graph Eulersch? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 6 [6 Punkte] Gegeben sei der Kellerautomat $K = (\{q_0, q_f\}, \{a, b, c\}, \{a, c\}, Z, \delta, q_0, q_f)$ mit der folgenden Übergangsrelation δ:

$$\begin{aligned}
(q_0, Z) &\xrightarrow{a} (q_0, aZ) \\
(q_0, Z) &\xrightarrow{b} (q_0, Z) \\
(q_0, Z) &\xrightarrow{c} (q_0, cZ) \\
(q_0, Z) &\xrightarrow{\square} (q_f, \varepsilon) \\
(q_0, a) &\xrightarrow{a} (q_0, aa) \\
(q_0, a) &\xrightarrow{b} (q_0, a) \\
(q_0, a) &\xrightarrow{c} (q_0, \varepsilon) \\
(q_0, c) &\xrightarrow{a} (q_0, \varepsilon) \\
(q_0, c) &\xrightarrow{b} (q_0, c) \\
(q_0, c) &\xrightarrow{c} (q_0, cc)
\end{aligned}$$

Wird das Wort $w = baacbcca$ von diesem Automaten akzeptiert? Skizzieren Sie den entsprechenden Ablauf. Welche Sprache wird von diesem Automaten akzeptiert?

Aufgabe 7 [6 Punkte]

Geben Sie alle Komponenten einer Turingmaschine an und beschreiben Sie sie.