Übung 13 (22.1.2019)

Beispiel 1. Die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to [0,1], w \mapsto \frac{1+\cos(w)}{2}$$

erfüllt die Gleichung $f(2x) = 4f(x)(1-f(x))$. Man verwende diese Gleichung, um für beliebiges k die k-Zyklen der Funktion $x \mapsto 4x(1-x)$ zu berechnen.

Beispiel 2. Man finde Grenzzyklen für das parameterabhängige Vektorfeld

$$F_\lambda : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ (x,y) \mapsto (-y + \lambda \sin(10x), x)$$

mit dem Python-Script `http://www.risc.jku.at/people/jschicho/dg/ue132.txt`. Die Voreinstellung ist $\lambda = 0.3$ – um den Wert zu ändern, muss er in Zeile 17 geändert werden. Grenzzyklen werden sichtbar, wenn viele zufällige Anfangspunkte annimmt und dann eine kurze Zeit abwartet (rote Punkte hinterlassen keine Spuren, weisse schon, das heißt man muss die roten nehmen). Grenzzyklen für $t \to -\infty$ werden sichtbar, wenn man das Vorzeichen des Vektorfelds ändert (Kommando r). Der Fall $\lambda = 0$ kann exakt behandelt werden.

Beispiel 3. Es sei $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ das Vektorfeld $(x,y) \mapsto (-x+y, -x-y)$. Es sei $U \subset (0,\infty) \times \mathbb{R}$ und $H = \{(t,0) \mid t > 0\}$. Man berechne die Poincare-Abbildung $\Phi : H \to H$.

Beispiel 4. Man transformiere das Vektorfeld

$$F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, (x,y) \mapsto ((1-x^2-y^2)x - y, (1-x^2-y^2)y + x)$$

in Polarkoordinaten. Man zeige, dass ein Grenzzykel existiert.