

Matrikelnummer	Name

Gwöhnliche Differentialgleichungen und Dynamische Systeme – Prüfung am 24.1.2017

1. Man löse das Anfangswertproblem für $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$\forall t : f'(t) - I_3 f(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \end{pmatrix}, f(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(Dabei ist I_3 die Identitätsmatrix.)

2. Es sei $n \in \mathbb{N}$. Es sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Es sei $S \subset \mathbb{R}^n$ die Menge aller stabilen Equilibrien der Differentialgleichung $y' = Ay$ für $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$. Man zeige oder widerlege: Wenn S nicht leer ist, dann ist S ein Unterraum von \mathbb{R}^n .

3. Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Lösung des Anfangswertproblems für $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$\forall t : y''(t) + 2y'(t) + 3y(t) = 4, y(0) = y'(0) = 0$$

Es gilt: $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$ existiert (diese Tatsache darf verwendet werden, muß aber nicht). Man berechne $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$.

Die Verwendung von eigenen schriftlichen Unterlagen ist erlaubt. Die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln ist nicht erlaubt.