

Übungsblatt 10

Besprechung am 18/01/2024

Aufgabe 1. Berechnen Sie für $g(x) = 2x - x^2$ eine Funktion $f(x)$ und die dazugehörigen Werte $f(0)$, $f'(0)$, $f''(0)$ so dass

$$f(g(x)) = x$$

gilt.

Aufgabe 2. Seien $a, b, m \in \mathbb{R}$ so dass $m^2 + am + b = 0$ gilt. Sei $f(x) = e^{mx}$. Zeigen Sie, dass

$$f''(x) + af'(x) + bf(x) = 0$$

für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt.

Aufgabe 3. Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:

a) $e^{\sin(x)} + \cos(x)$

b) $\arccos(x)$

c) $\tan(x)$

Aufgabe 4. Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:

a) $\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2+4}}$

b) $\frac{x \sin(x)}{1+x}$

c) $\sin(\sqrt{e^x})$

Aufgabe 5. Sei $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Zeigen Sie:

a) Ist f differenzierbar in $x_0 \in (a, b)$, dann ist f stetig in x_0 .

b) Ist f differenzierbar in (a, b) , dann ist f stetig in (a, b) .

Aufgabe 6. Zeigen Sie die Leibnizsche Regel:

$$(fg)^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)}.$$

Aufgabe 7. Finden Sie $f(x)$ so dass folgendes gilt:

a) $f'(x) = xe^x$

b) $f'(x) = x^2$

c) $f'(x) = \ln(x)$