Übungsblatt 4

Besprechung am **3/11/2022**

Aufgabe 1. Zeigen Sie den ersten Teil von Lemma 1.40: Für $a, b \in \mathbb{R}$ gilt $|a+b| \leqslant |a| + |b|$.

Aufgabe 2. Zeigen Sie Lemma 1.42, d.h., zeigen Sie dass für alle $a, b \in [0, \infty)$ die Ungleichung $\sqrt{ab} \leqslant \frac{a+b}{2}$ gilt.

Aufgabe 3. Berechnen Sie die extakten Werte (d. h. keine Gleitkommazahlen) von

a) $\cos(\tan^{-1}(\frac{1}{2}))$, b) $\sin(\cos^{-1}(\frac{2}{3}))$, c) $\sin(\pi/4)$ (bzw. $\sin(45°)$).

Aufgabe 4. Sei $(a_n)_{n\geqslant 1}$ eine Folge mit der Eigenschaft $\lim_{n\to\infty} |a_n| = 0$. Zeigen Sie, dass dann auch $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ gilt.

Aufgabe 5. Sei $(a_n)_{n\geqslant 1}$ eine konvergente Folge. Zeigen Sie: $(a_n)_{n\geqslant 1}$ ist beschränkt, d.h. es existieren $B, C \in \mathbb{R}$ sodass $C \leqslant a_n \leqslant B$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

Aufgabe 6. Zeigen Sie, dass die Folge $(a_n)_{n\geqslant 1}$ mit $a_n = 1$ für gerade n und $a_n = -1$ für ungerade n nicht konvergiert.

Aufgabe 7. Zeigen Sie jeweils

a) anhand der Definition (analog zu Beispiel 3.7) und

b) mithilfe von Satz 3.10,

dass $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$ gilt.

Aufgabe 8. Zeigen Sie Satz 3.10.2: Sei $(a_n)_{n\geqslant 1}$ eine konvergente Folge mit $a = \lim_{n\to\infty} a_n$ und $\lambda \in \mathbb{R}$. Dann ist $(\lambda a_n)_{n\geqslant 1}$ konvergent mit $\lim_{n\to\infty}(\lambda a_n) = \lambda a$.