

Übungsblatt 13

Abgabe am 21/01/2021

Aufgabe 1. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) - \sin(x)}{x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln(x)} - \frac{x}{x-1} \right)$

Aufgabe 2. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - x}{x^3}$.

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin(\pi/x)$.

Aufgabe 3. Berechnen Sie

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[n \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n - ne \right].$$

(Hinweis: Die Antwort ist nicht 0.)

Aufgabe 4. Finden Sie die Taylorreihe für

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$$

um 0 und geben Sie auch ihren Konvergenzradius an.

Aufgabe 5. Überprüfen Sie die Aussage aus der Vorlesung

$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!},$$

indem Sie die Taylorreihe für $f(x) = \sin(x)$ um $x = 0$ ausrechnen und zeigen, dass $R_{n+1}(x, 0) \rightarrow 0$ für $n \rightarrow \infty$.

Aufgabe 6. Finden Sie den Flächeninhalt des größten Rechtecks, das in einem Kreis mit Radius $r > 0$ enthalten ist.