Übungen Analysis (Mathematik 2 für Informatiker) **Wintersemester 2020**
`https://www.risc.jku.at/education/courses/ws2020/mathematik1/`

Übungsblatt 2

Besprechung am **22.10.2020**, bitte im Moodle kreuzen.

Aufgabe 1 Sei $(K, +, \cdot)$ ein Körper. Beweisen Sie die folgenden Aussagen nur unter Verwendung der Körperaxiome aus dem Skriptum. Wenden Sie hierfür pro Schritt jeweils nur ein Axiom an.

a) 0 ist eindeutig bestimmt, d. h. für alle $0_1, 0_2 \in K$ gilt:

$$(\forall a \in K : a + 0_1 = a \wedge a + 0_2 = a) \Rightarrow 0_1 = 0_2.$$

b) Das additive Inverse ist eindeutig bestimmt, d. h. für alle $a, b, c \in K$ gilt

$$(a + b = 0 \wedge a + c = 0) \Rightarrow b = c.$$

c) Für alle $a \in K$ gilt: $a \cdot 0 = 0$.

Aufgabe 2 Sei $(K, +, \cdot)$ ein Körper. Beweisen Sie die folgenden Aussagen nur unter Verwendung der Körperaxiome sowie Satz 1.13 aus dem Skriptum.

a) Für alle $a, b \in K$ gilt: $-(a\,b) = (-a)\,b$.

b) Für alle $a, b \in K$ und $c, d \in K\backslash\{0\}$ gilt: $\dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{d} = \dfrac{a\,d + b\,c}{c\,d}$.

Aufgabe 3 Ist $K = \{a, b\}$ mit den Operationen "$+$" und "$\cdot$" definiert durch

$+$	a	b
a	a	b
b	b	a

$\cdot$	a	b
a	a	a
b	a	b

ein Körper? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4 Zeigen Sie $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$.

Aufgabe 5 Beweisen Sie den Satz aus der Vorlesung: Jede rationale Zahl $\frac{k}{n} \in \mathbb{Q}$ lässt sich als endliche Dezimalzahl oder periodische Dezimalzahl darstellen; in letzterem Fall ist die Länge der Periode kleiner als n ($\overline{0}$ zählt nicht als Periode).
Hinweis: Wenden Sie Division mit Rest an. Um ein Gefühl für die Aufgabe zu bekommen, könnten Sie zunächst z. B. 1/6, 2/7, 47/56, 45/74 oder 17/28 berechnen.

Aufgabe 6 Beweisen Sie den Satz aus der Vorlesung: Jede periodische Dezimalzahl lässt sich als Bruch darstellen.