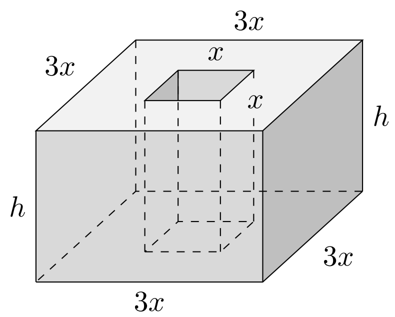
Übungen Analysis (Mathematik 2 für Informatiker) Wintersemester 2019/20

Übungsblatt 13

Besprechung am **30. 1. 2020**

Aufgabe 1. Ein Schokoladenhersteller bringt eine neue Pralinenschachtel auf den Markt. Die Schachtel ist ein Quader mit einem quaderförmigen Tunnel.

- Die Höhe der Schachtel beträgt $h\,cm$.
- Die Ober- und Unterseite ist quadratisch mit einer Seitenlänge von $3x\,cm$.
- Die Tunnelöffnungen sind quadratisch mit einer Seitenlänge von $x\,cm$.
- Das Volumen der Box ist $2000\,cm^3$.



a) Zeigen Sie, dass die Oberfläche $A\,cm^2$ der Schachtel gegeben ist durch die Formel

$$A = 16x^2 + \frac{4000}{x}.$$

b) Um die Produktionskosten zu minimieren, soll die Oberfläche A so klein wie möglich gehalten werden. Finden Sie das Minimum von A.

Aufgabe 2. Berechnen Sie

a) $\int (x^2 - 1) \sin x \; dx$ b) $\int e^{-x} \cos 2x \, dx$

Aufgabe 3. Berechnen Sie

a) $\int \arccos(x) \, dx$ b) $\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$

Aufgabe 4. Berechnen Sie

a) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2 - \alpha^2}$ mit $\alpha \in \mathbb{R}$

b) $\displaystyle\int \frac{x\ dx}{(x-1)^4}$

Aufgabe 5. Berechnen Sie

a) $\displaystyle\int \tan(x)\, dx$

b) $\displaystyle\int \alpha^x\, dx$ mit $\alpha > 0$

Aufgabe 6. Berechnen Sie

a) $\displaystyle\int \sin(x)^7\, dx$

b) $\displaystyle\int \sin(x)^4\, dx$

(Hinweis: Benutzen Sie den Satz von Pythagoras für a) und die Halbwinkelformeln für b).)

Aufgabe 7. Berechnen Sie

a) $\displaystyle\int \frac{x^2\, dx}{\sqrt{1-x^2}}$

b) $\displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{4x^2+1}}$

(Hinweis: Substituieren Sie $x = \sin(\vartheta)$ bei a) und $u^2 = 4x^2 + 1$ bei b).)

Aufgabe 8. Die *Gamma-Funktion* ist definiert als

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty x^{z-1} e^{-x}\, dx$$

für $z > 0$. Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt $\Gamma(n+1) = n!$.