Übungsblatt 9

Besprechung am **12.12.2019**

Aufgabe 1 Verwenden Sie das Bisektionsverfahren um $\sqrt[3]{5}$ auf $\frac{1}{100}$ genau zu berechnen; d.h., bestimmen Sie rationale Zahlen $a < b$ so, dass $b - a < \frac{1}{100}$ und $\sqrt[3]{5} \in [a, b]$.

Sie können einen Computer verwenden.

Aufgabe 2 Zeigen Sie, dass die harmonische Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ gegen ∞ divergiert.

Aufgabe 3 Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k\,(k+1)}}$ gegen ∞ divergiert.

Anleitung: Vergleichen Sie die Reihe mit der harmonischen Reihe.

In den folgenden Beispielen 4, 5, 6 ist das Konvergenzverhalten der angegebenen Reihen zu bestimmen.

Aufgabe 4

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}} \qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \left(n - \frac{n^2+n+1}{n}\right) \qquad c)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{2n}}$$

Aufgabe 5

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \qquad c)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}\ (a > 1)$$

Hinweis: Sie können z.B. die Reihe klammern

$$1 + \left(\frac{1}{2^a} + \frac{1}{3^a}\right) + \left(\frac{1}{4^a} + \frac{1}{5^a} + \frac{1}{6^a} + \frac{1}{7^a}\right) + \cdots$$

und geeignet nach oben abschätzen.

Aufgabe 6

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n} \qquad c)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+7}{3n^3+5n^2+n+2}$$

Aufgabe 7 Zeigen Sie:

Wenn die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ konvergent ist, dann konvergiert auch die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.