

Lineare Algebra für Physiker(innen)

Wintersemester 2019/20

**Prof. Franz Winkler
Institut für Symbolisches Rechnen
(RISC)**

Vorwort

Kurz gesagt geht es in der Linearen Algebra um Systeme linearer Gleichungen. Kaum ein Zweig der Mathematik oder auch der Wissenschaft und Technik kommt ohne die grundlegenden Techniken der Linearen Algebra aus. Mit der Lösung linearer Gleichungssysteme sind zahlreiche Fragen verbunden, etwa:

- Kann man entscheiden, ob ein Gleichungssystem lösbar ist?
- Wieviele “unabhängige” Lösungen hat ein Gleichungssystem?
- Kann man die Menge der Lösungen irgendwie auf endliche Art beschreiben?
- Gibt es eine Lösungsformel?
- Gibt es eine konzise Notation für das Rechnen mit linearen Gleichungen, etwa Matrizen?
- Haben lineare Gleichungen bzw. ihre Lösungen eine geometrische Interpretation?

In der Vorlesung “Lineare Algebra für Physiker(-innen)” sollen diese und ähnliche Fragestellungen behandelt werden.

Inhalt

1 Grundlagen	1
1.1 Was ist eigentlich Mathematik?	1
1.2 Zahlenbereiche	3
1.3 Logik	13
1.4 Mengen	19
1.5 Algebraische Strukturen	32
2 Matrizen und Systeme linearer Gleichungen	41
2.1 Matrizenalgebra	41
2.2 Systeme linearer Gleichungen	49
2.3 Invertierbare Matrizen	64
3 Vektorräume	73
3.1 Was ist ein Vektorraum ?	73
3.2 Basis und Dimension	80
3.3 Lineare Abbildungen	84
3.4 Lie-Algebren	101
4 Spektrum einer Matrix bzw. einer linearen Funktion	103
4.1 Determinanten	103
4.2 Eigenwerte und Eigenvektoren	114
4.3 Resultanten	131
5 Innere-Produkt-Räume und Fourier-Approximation	135
5.1 Was ist ein IP-Raum	135
5.2 Orthonormalbasen und Fourier-Approximation	142
6 Bilinearformen und quadratische Formen	149
7 Polynomalgebra	163