

Vorname: _____

Gruppe Ablinger

Nachname: _____

Gruppe Landsmann

Matrikelnummer: _____

Gruppe Middeke

Analysis
Wintersemester 2016/2017
Übungsklausur (Version 111)

***Anleitung.** Kreisen Sie pro Aufgabe nur eine Lösung an. Es muss jeweils klar erkennbar sein, welche Antwort Sie als richtig angeben; ansonsten kann es keine Punkte geben. Es wird alleine die Richtigkeit der Kreise bewertet, eventuelle Anmerkungen werden nicht in die Bewertung einbezogen. Sie dürfen freie Bereiche der Aufgabenblätter für Nebenrechnungen verwenden. Vergessen Sie nicht, Ihren Namen anzugeben.*

Aufgabe 1 Welche der folgenden Zahlen lässt sich als Bruch schreiben?

- (a) $\sqrt{2}$
- (b) π
- (c) $\sqrt{6}$
- *(d) $0.14\overline{234}$
- (e) $(2 + \sqrt{3})^2$

Aufgabe 2 Was ist "Antisymmetrie"?

- (a) $a \leq b \wedge b \leq c \implies a \leq b$
- (b) $a \leq b \wedge b \leq a \iff a = b$
- (c) $a \leq b \vee b \leq a$
- *(d) $a \leq b \wedge b \leq a \implies a = b$
- (e) $a \leq b \vee b \leq a \implies a \neq b$

Aufgabe 3 Was ist die inverse Funktion für $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x}$.

- (a) $f^{-1}(y) = y^2 - 1$
- * (b) $f^{-1}(y) = y + \sqrt{y^2 + 1}$
- (c) $f^{-1}(y) = \frac{y^2 - 1}{2y}$
- (d) $f^{-1}(y) = y - \sqrt{y^2 + 1}$
- (e) Keiner der anderen Lösungsvorschläge ist richtig.

Aufgabe 4 Welche $x \in \mathbb{R}$ lösen die Ungleichung $x^2 + 4x + 4 \geq 1$?

- (a) $x \in (-\infty, -2] \cup [-2, \infty)$
- (b) $x \in (-\infty, -3] \cap [-1, \infty)$
- * (c) $x \in (-\infty, -3] \cup [-1, \infty)$
- (d) $x \in (-\infty, -2] \cap [2, \infty)$
- (e) $x \in (-\infty, -3] \cup [1, \infty)$

Aufgabe 5 Berechnen Sie $\cos(\pi/4)$:

- (a) $\sqrt{2}$
- (b) 0
- (c) 1
- * (d) $1/\sqrt{2}$
- (e) $1 + \sqrt{2}$

Aufgabe 6 Berechnen Sie $\cos(\tan^{-1} x)$.

- (a) $x^2 - 1$
- * (b) $(1 + x^2)^{-1/2}$
- (c) $1 - \sqrt{x}$
- (d) $1 + \sqrt{x}$
- (e) $\sqrt{1 - x^2}$

Aufgabe 7 Welche der folgenden Funktionen ist bijektiv?

- (a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2$
- (b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$
- (c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sin(x)$

(d) $f : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1], x \mapsto \sin(x)$

***(e)** $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^3$

Aufgabe 8 Was ist die korrekte Definition von $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$?

(a) $\exists \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon \in \mathbb{N} \forall n \geq n_\varepsilon : |a_n - a| < \varepsilon$

(b) $\forall \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon \in \mathbb{N} \forall n \geq n_\varepsilon : |a_n - a| > \varepsilon$

***(c)** $\forall \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon \in \mathbb{N} \forall n \geq n_\varepsilon : |a_n - a| < \varepsilon$

(d) $\exists \varepsilon > 0 \forall n_\varepsilon \in \mathbb{N} \exists n \geq n_\varepsilon : |a_n - a| < \varepsilon$

(e) Keiner der anderen Lösungsvorschläge ist richtig.

Aufgabe 9 Berechnen Sie $\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{((-1)^n + 1)n^2 + 3n - 1}{3n^2 + 2n - 5}$.

(a) 2

(b) ∞

(c) 0

(d) $-\infty$

***(e)** $2/3$

Aufgabe 10 Welche der folgenden Mengen besitzt ein Supremum aber kein Maximum?

(a) $\{-3, -2, 1, 2\}$

***(b)** $[-1, 0)$

(c) $(-1, 0]$

(d) $\{x \in \mathbb{R} | x \leq 1\}$

(e) $\{1 + \frac{1}{n} | n \in \mathbb{N}\}$

Aufgabe 11 Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos^2 n}{2^n}$.

***(a)** 0

(b) $1/\pi$

(c) $-\infty$

(d) Die Folge divergiert und hat keinen uneigentlichen Grenzwert.

(e) Keiner der anderen Lösungsvorschläge ist richtig.

Aufgabe 12 Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{\sqrt{n^3 + 4n}}$.

- (a) $-\infty$
- (b) 0
- *(c) ∞**
- (d) Die Folge divergiert und hat keinen uneigentlichen Grenzwert.
- (e) Keiner der anderen Lösungsvorschläge ist richtig.

Aufgabe 13 Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{2^n}$.

- *(a) ∞**
- (b) 1
- (c) $-\infty$
- (d) Die Folge divergiert und hat keinen uneigentlichen Grenzwert.
- (e) Keiner der anderen Lösungsvorschläge ist richtig.

Aufgabe 14 Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n}$.

- *(a) 0**
- (b) ∞
- (c) π
- (d) Die Folge divergiert und hat keinen uneigentlichen Grenzwert.
- (e) Keiner der anderen Lösungsvorschläge ist richtig.

Aufgabe 15 Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n n^2 + n + 1}{3n + 2}$.

- (a) 0
- (b) ∞
- (c) $-\infty$
- *(d) Die Folge divergiert und hat keinen uneigentlichen Grenzwert.**
- (e) Keiner der anderen Lösungsvorschläge ist richtig.

Aufgabe 16 Welche der folgenden Reihen konvergiert?

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3}$

(b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+5}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} (n^3 + 4)$

*(e) Keiner der anderen Lösungsvorschläge ist richtig.

Aufgabe 17 Welche der folgenden Reihen konvergiert?

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2-2n-1}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1+3n}{2n+\sqrt{n}}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n-1}$

*(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$

(e) Keiner der anderen Lösungsvorschläge ist richtig.

Aufgabe 18 Die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n^2}{2^n} - \frac{n^2+2n+1}{2^{n+1}} \right)$

*(a) konvergiert gegen 0

(b) konvergiert gegen 1

(c) konvergiert gegen 2

(d) divergiert

(e) Keiner der anderen Lösungsvorschläge ist richtig.

Aufgabe 19 Berechnen Sie den Wert von $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n n! - 3^n}{3^n n!}$

(a) ∞

***(b)** $3 - e$

(c) $1/3 - e$

(d) Die Reihe divergiert.

(e) Keiner der anderen Lösungsvorschläge ist richtig.

Aufgabe 20 Eine Potenzreihe für $f(x) = \frac{1}{1+x^3}$ ist gegeben durch:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x^{-3n}$

***(b)** $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{3n}$

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{-3n}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x^{3n}$

(e) Keiner der anderen Lösungsvorschläge ist richtig.