

Übungsblatt 9

Besprechung am 12.1.2017

Aufgabe 1 Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen. Geben Sie zudem das Intervall an, in dem die Reihe mit Sicherheit konvergiert.

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n} \quad \text{b) } \sum_{n=0}^{\infty} (-2x)^n \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n}$$

Aufgabe 2 Berechnen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihen

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} (2 + (-1)^n)^n x^n \quad \text{b) } \sum_{n=0}^{\infty} n! x^n$$

Aufgabe 3 Bestimmen Sie Potenzreihen für

$$\text{a) } \frac{1}{1-x} \quad \text{b) } \frac{x}{2x^2+1} \quad \text{c) } \frac{1}{2-x-x^2}$$

sowie den jeweiligen Konvergenzradius.

Aufgabe 4 Sei $f(x) := \sum_{n=0}^{\infty} f_n x^n$ mit $f(x) = f(-x) \forall x \in (-1, 1)$. Zeigen Sie, dass $\forall n \in \mathbb{N}$ gilt: $f_{2n+1} = 0$.

Aufgabe 5 Bestimmen Sie Potenzreihen für die inversen (bzgl. Multiplikation) Funktionen von

$$\text{a) } 3+x \quad \text{b) } \frac{1}{1-2x} \quad \text{c) } \sum_{n=0}^{\infty} (5x)^n$$

und geben Sie den jeweiligen Konvergenzradius der inversen Funktion an.

Aufgabe 6 Seien $f : A \rightarrow B$ und $g : B \rightarrow C$ zwei Funktionen. Wir definieren die Funktion h durch $h(x) = g(f(x))$. Sei weiterhin $a \in A$ derart, dass f in a stetig ist und g in $f(a)$. Zeigen Sie, dass dann auch h in a stetig ist.

Aufgabe 7 Bestimmen Sie, ob die folgenden Funktionen stetig auf \mathbb{R} sind:

$$\text{a) } f(x) = \sqrt[3]{|x-1|} \quad \text{b) } g(x) = \frac{2x}{x^4+3} \quad \text{c) } h(x) = |(x^2+2x-1)^{\frac{2}{3}}|$$