Analysis (Mathematik 2 für Informatiker) **Wintersemester 2012**
http://www.risc.jku.at/education/courses/ws2012/analysis/

Übungsblatt 9

Besprechung am **17.01.2013**

Aufgabe 1 Berechnen Sie das Volumen der parabolischen Kuppel $f(x,y) = 2 - x^2 - y^2$ über dem quadratischen Bereich $D = [-1,1] \times [-1,1]$.

Aufgabe 2 Berechnen Sie das Integral

$$\int_E \left(x^2 + y^2 + 1\right)\, \mathrm{d}(x,y),$$

wobei $E = g(D)$ mit $D = [0,1] \times [0, 2\pi]$ und $g : D \to \mathbb{R},\ (r,\phi) \mapsto (r\cos\phi, r\sin\phi)$.

Aufgabe 3 Sei $D = \left\{(x,y) \mid 0 \leq x \leq 1 \wedge 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}\right\}$. Berechnen Sie das folgende Integral

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (x+y)\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}x := \int_D (x+y)\, \mathrm{d}(x,y).$$

Hinweis: Transformation von kartesischen Koordinaten auf Polarkoordinaten.

Aufgabe 4 Wir nennen zwei Polynome $p_1(x,y)$ und $p_2(x,y)$ *orthogonal auf dem Referenzdreieck*, wenn

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} p_1(x,y)\, p_2(x,y)\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}x = 0$$

gilt. Berechnen Sie alle linearen Polynome $p_2(x,y) = ax + by + 1$, $a, b \in \mathbb{R}$, die zu $p_1(x,y) = x - y$ orthogonal sind.

Aufgabe 5 Approximieren Sie das Integral einer gegebenen Funktion f über dem Bereich $D = [a,b] \times [a,b]$ durch Riemann-Summen mit einer uniformen Zerlegung des Gebiets

$$Z^{(N)} = \left\{[z_{i-1}, z_i] \times [z_{j-1}, z_j] \mid i,j = 1,\ldots,N\right\}, \qquad z_k = a + k\frac{b-a}{N},$$

wobei die Funktionswerte angenähert werden durch (a) Auswertung an den Mittelpunkten der Kästchen und durch (b) den Mittelwert der Funktionswerte an den vier Eckpunkten der Kästchen. Testen Sie Ihre Programme mit $[a,b] = [-1,1]$ und der Funktion aus Aufgabe 1 für $N = 25, 50, 75$.