

Übungsblatt 1

Besprechung am **20.10.2011**

Aufgabe 1 Beweisen Sie die folgenden Aussagen unter Verwendung der Körperaxiome aus Def. 1 im Skript.

- a) $1 > 0$
- b) $\forall x \in \mathbb{R} : (-1) \cdot x = -x$

Aufgabe 2 a) Übersetzen Sie folgende Aussage

Für alle natürlichen Zahlen gibt es eine natürliche Zahl, die grösser ist.

in die Sprache der Prädikatenlogik und dann bilden Sie ihre Negation.

b) Negieren Sie folgende Aussage:

$$\forall \epsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N} \forall n \in \mathbb{N}, n \geq N : \left| \frac{1}{n} \right| < \epsilon.$$

Aufgabe 3 Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

- a) $2^n > n^2$ für alle $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 5$
- b) $\sum_{i=0}^n q^i = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

Aufgabe 4 Zeigen Sie, dass für alle $a, b \in \mathbb{R}$ gilt:

$$||a| - |b|| \leq |a - b|.$$

Sie können die Aussagen 1–6 aus Satz 1 ohne Beweis verwenden.

Aufgabe 5 Verschaffen Sie sich Zugang zu einer lauffähigen Installation des Computeralgebrasystems Sage (<http://www.sagemath.org>). Machen Sie sich mit der Benutzeroberfläche, der Dokumentation und der Syntax von Sage vertraut!