

Übungsblatt 1

Besprechung am 15.10.2009.

Aufgabe 1 Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen.

- $4x^2 \leq 8x + 1$ ($x \in \mathbb{R}$)
- $|x - 1| > x^2 - 1$ ($x \in \mathbb{R}$)
- $(x - 1)(x - 2)(x - 3)^2 \leq 0$ ($x \in \mathbb{R}$)
- $x(x + 3) > x - 1$ ($x \in \mathbb{R}$)
- $\frac{1}{1 - x} > 1 + x$ ($x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$)

Aufgabe 2 In der Dezimaldarstellung von reellen Zahlen werden die Ziffern zur Basis 10 verstanden, d. h.

$$d_0.d_1d_2d_3d_4\dots = d_0 + \frac{d_1}{10} + \frac{d_2}{10^2} + \frac{d_3}{10^3} + \frac{d_4}{10^4} + \dots$$

Die Wahl von 10 als Basis ist dabei rein willkürlich und für die Theorie unbedeutend. Bestimmen Sie die ersten Nachkommastellen der Zahl $\sqrt{3} = 1.732050808\dots$ zur Basis 2 (binär), 16 (hexadezimal) und 60 („babylonisch“).

Die Zahl 3.110375524 ist im Oktalsystem (Basis 8) und die Zahl 2; 26, 21, 12, 4, 29 im System zur Basis 37 gegeben. Wie lauten diese Zahlen in der Dezimaldarstellung (Basis 10)?

Aufgabe 3 Berechnen Sie $x + y$ und $x \cdot y$ für folgende reelle Zahlen x, y .

- $x = 313, y = 28$
- $x = \text{CXXXI}, y = \text{XLIX}$
- $x = 3.13\dots, y = 1.24\dots$ (Diese Zahlen sind nur näherungsweise bekannt. Zu berechnen sind möglichst genaue Näherungswerte für $x + y$ und $x \cdot y$.)

Aufgabe 4 Zeigen Sie:

- Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt $|x + y| \leq |x| + |y|$ (Dreiecksungleichung)
- Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt $(x + y)^2 \geq 4xy$
- Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt $||x| - |y|| \leq |x - y|$

Aufgabe 5 Verschaffen Sie sich Zugang zu einer lauffähigen Installation des Computeralgebrasystems Sage. (Zum Beispiel, indem Sie das System von <http://www.sagemath.org/> herunterladen und auf Ihrem privaten Rechner installieren). Machen Sie sich mit der Benutzeroberfläche, der Dokumentation und der Syntax von Sage vertraut.