Übungen zu
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2
8. Übungsblatt für den 1. 6. 2015

1. Berechnen Sie das Maximum der Abbildung $q : \mathbb{S}_3 \longrightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $q(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 4xz$, wobei $\mathbb{S}_3$ die Einheitskugel ist. Berechnen Sie weiters jene Stellen, an welchen das Maximum angenommen wird.

2. Finden Sie eine Basis B, sodass die Darstellungsmatrix bezüglich B der Abbildung $h : (x, y, z) \mapsto (-x - 3y - 3z, 4x + 7y + 6z, -2x - 3y - 2z)$ Blockdiagonalform hat.

3. Bestimmen Sie den Lösungsraum der Differentialgleichung $f^{(4)}(x) - 2f'''(x) + 2f'(x) - f(x) = 0$.

4. Sei $h_4 : \mathbb{R}_5 \longrightarrow \mathbb{R}_5$ die durch A_4 induzierte lineare Abbildung.

$$A_4 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & 3 & 2 & 1 & -1 \\ -6 & -1 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 6 & 0 & 1 \\ 6 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

   Besimmen Sie jeweils eine Basis des kleinsten h_4-invarianten Unterraums, der den Vektor enthält.

   (a) $v = (0, 0, 0, -1, 0)^T$

   (b) $w = (0, 0, 1, 2, 0)^T$

5. Finden Sie eine Basis von $\mathbb{R}_5$, sodass die Darstellungsmatrix von h_4 bezüglich dieser Basis Blockdiagonalform hat.

6. Bestimmen Sie die Primärdekomposition von h_4. Ist die Primärdekomposition von $h_4 : \mathbb{C}_5 \longrightarrow \mathbb{C}_5$ gleich? Wenn ja, warum? Wenn nein, wie sieht sie aus?

7. Finden Sie mindestens vier verschiedene h_7-invariante Unterräume, wobei $h_7 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ durch A_7 induzert ist.

$$A_7 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

8. Seien $p, q \in K[x]$ teilerfremde Polynome und sei $f : V \longrightarrow V$ eine lineare Abbildung. Zeigen Sie, dass $\ker((p \cdot q)(f)) = \ker(p(f)) \oplus \ker(q(f))$.