

# Vorlesungsklausur

21.6.2013

Schreiben Sie Namen und Matrikelnummer auf alle Blätter, die abgegeben werden.

---

**Aufgabe 1** [2 Punkte] Unter der Annahme, dass  $P \neq NP$  gilt, geben Sie bei jedem der folgenden Probleme an ob es in der Klasse  $P$  liegt ( $P$ ) oder  $NP$ -vollständig ist ( $NP$ ):

- Gegeben ein zusammenhängender, ungerichteter, gewichteter Graph, finde einen Rundweg, der jeden Knoten genau einmal erreicht und dessen Gesamtkosten einen vorgegebenen Wert nicht überschreitet.  
  $P$                         $NP$
- Gegeben eine kontextfreie Grammatik  $G$  und ein Wort  $w$ , stelle fest, ob  $w$  in der von  $G$  erzeugten Sprache liegt.  
  $P$                         $NP$
- Gegeben ein zusammenhängender, ungerichteter Graph, stelle fest, ob dieser Graph Eulersch ist.  
  $P$                         $NP$
- Gegeben ein zusammenhängender, ungerichteter Graph, stelle fest, ob dieser Graph Hamiltonsch ist.  
  $P$                         $NP$

**Aufgabe 2** [2 Punkte] Sei  $G = (V, E)$  ein endlicher, einfacher und ungerichteter Graph. Geben Sie die Definition eines aufspannenden Baums an.

**Aufgabe 3** [2 Punkte] Geben Sie eine äquivalente Charakterisierung der Aussage “Die Sprache  $L$  ist Turing-akzeptierbar” an.

**Aufgabe 4** [6 Punkte] Gegeben sind die gerichteten Graphen  $G_1 = (V_1, E_1)$  und  $G_2 = (V_2, E_2)$  mit Knotenmengen

$$V_1 = \{a, b, c, d, e, f\} \quad \text{und} \quad V_2 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\},$$

und Kantenmengen

$$E_1 = \{(b, a), (b, c), (d, f), (e, a), (e, c), (f, a), (f, d), (f, e)\}$$

und

$$E_2 = \{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 2), (1, 4), (3, 0), (5, 2), (5, 4)\}.$$

- Skizzieren Sie die beiden Graphen und bestimmen Sie für alle Knoten den Eingangs- und Ausgangsgrad.
- Zeigen Sie, dass diese beiden Graphen isomorph sind, indem Sie einen Graphen-Isomorphismus angeben. Überprüfen Sie auch, ob es sich bei der Abbildung tatsächlich um einen Graphen-Isomorphismus handelt.

**Aufgabe 5** [6 Punkte] Gegeben ist der nichtdeterministische endliche Automat

$$A = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1, 2\}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

mit Übergangsrelation  $\delta$  gegeben durch

$$q_0 \xrightarrow{0,1,2} q_0, \quad q_0 \xrightarrow{1} q_1, \quad q_1 \xrightarrow{2} q_2, \quad q_2 \xrightarrow{0} q_0.$$

- Skizzieren Sie diesen Automaten und weisen Sie nach, dass er tatsächlich nichtdeterministisch ist.
- Führen Sie die Potenzmengenkonstruktion durch um einen zu  $A$  sprachäquivalenten deterministischen endlichen Automaten zu bestimmen.
- Skizzieren Sie den reduzierten Automaten aus der Konstruktion von (b). (Hinweis: beginnen Sie Ihre Skizze beim Startzustand und folgen Sie der Entwicklung der auftauchenden Zustände.)

**Aufgabe 6** [6 Punkte] Gegeben ist die Grammatik  $G = (\{S\}, \{a, b\}, S, \Pi)$  mit den Produktionen  $\Pi$  gegeben durch

$$S \rightarrow aa \mid bb \mid SS \mid aSa \mid bSb.$$

- Welche Eigenschaften müssen die Produktionen einer kontextfreien Grammatik erfüllen um in Chomsky Normalform zu sein?
- Bestimmen Sie eine zu  $G$  sprachäquivalente Grammatik, die in Chomsky-Normalform ist.
- Zeigen Sie mithilfe des CYK-Algorithmus, dass das Wort  $w = abbabb$  in  $L(G)$  liegt.

**Aufgabe 7** [6 Punkte]

Geben Sie alle Komponenten einer Turingmaschine an und beschreiben Sie sie.