

Übungsblatt 9

Besprechung am **08.06.2006**.

Aufgabe 1 Bestimmen Sie die Ordnung der Quadraturformel $\{(0, \frac{1}{8}), (\frac{1}{3}, \frac{3}{8}), (\frac{2}{3}, \frac{3}{8}), (1, \frac{1}{8})\}$.

Aufgabe 2 Berechnen Sie eine Näherung für das Integral $\int_0^1 \sin((2x+1)^2) dx \approx 0.231647$

- a) mit der zweistufigen Gaußquadratur und
 b) mit der Quadraturformel $\{(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\sqrt{3}), (\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\sqrt{3})\}$.

(Der Integrationsbereich ist nicht in Teilintervalle aufzuteilen.) Warum steht das Ergebnis nicht im Widerspruch zur Optimalität der Gaussquadratur?

Aufgabe 3 Berechnen Sie den Stützpunkt $c \in [1, 2]$, der für das Integral $\int_1^2 \frac{1}{x} dx = \log 2$ das beste Näherungsergebnis liefert, wenn man die Simpsonregel auf die Teilintervalle $[1, c]$ und $[c, 2]$ anwendet, also

$$\int_1^2 \frac{1}{x} dx = \int_1^c \frac{1}{x} dx + \int_c^2 \frac{1}{x} dx$$

ausnutzt.

Hinweis: Falls Sie die Lösungen einer Gleichung sechsten Grades bestimmen müssen, können Sie dazu Maxima (`solve`) verwenden.

Aufgabe 4 Ein Weinhaß habe die Höhe h , am Boden und am Deckel den Umfang u und in der Mitte den Umfang U . Nach der Keplerschen Faßregel ist das Volumen des Fasses ungefähr $\frac{h}{12\pi}(u^2 + 2U^2)$. Rechtfertigen Sie diese Näherung, indem Sie die Simpsonregel auf einen geeigneten Rotationskörper anwenden.

Aufgabe 5 Schreiben Sie eine Maxima-Prozedur zur numerischen Integration, die die Simpson-Regel verwendet. Das Programm soll als Eingabe eine Funktion f , zwei Intervallgrenzen a, b und eine natürliche Zahl N erhalten, die angibt, in wie viele äquidistante Teilintervalle das Intervall $[a, b]$ unterteilt werden soll.

Ihre Lösung zu dieser Aufgabe schicken Sie bitte bis zum 07.06.2007 per eMail an Ihren Übungsleiter.

Aufgabe 6 Berechnen Sie

$$\int_0^1 \frac{3x^2}{(x+1)(x-2)(x+2)} dx$$

exakt (d. h. nicht numerisch).

Anleitung: Bestimmen Sie zunächst Konstanten a, b, c mit

$$\frac{3x^2}{(x+1)(x-2)(x+2)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x+2}$$

und integrieren Sie dann termweise.

Die Lösung zu dieser Aufgabe können Sie schriftlich ausarbeiten und in der nächsten Übungsstunde zur Bewertung abgeben.